DMQ - Departamento de Métodos Quantitativos

LEI - Eng. Informática e LETI - Eng. de Telecomunicações e Informática

1^o Trabalho de ANÁLISE MATEMÁTICA II

Ano lectivo **2010/2011**

Data limite de entrega: 24 Março 2011

Responda de forma completa, apresentando todos os cálculos.

1. Considere o seguinte domínio plano
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \ y \geq -1 \ \wedge \ y \leq 1 - |x| \right\}.$$
   (a) Representе este domínio plano num sistema de eixos Oxy.
   (b) Sendo $f(x,y)$ uma função contínua definida em D, estabeleça as duas possíveis ordens de integração para o integral duplo $\iint_D f(x,y)dxdy$.
   (c) Calcule o valor do integral $\iint_D f(x,y)\ dxdy$ para
$$f(x,y) = \frac{1}{x+3}.$$

2. Escreva as duas ordens de integração para o integral duplo $\iint_D f(x,y)\ dxdy$ sendo D definido por
$$D \equiv \begin{cases} \cos x \leq y \leq \sin x \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

3. Seja c um número real positivo. Determine o volume definido por $x^2 \leq y \leq c$ e $x^2 \leq z \leq c$.

4. Avalie o volume determinado por $1 \leq z \leq \sqrt{4-(x^2+y^2)}$.

5. Calcule o trabalho do campo de vectores $\overrightarrow{F}(x,y) = (y^2, x^2)$ ao longo da elipse de equação $4x^2 + 9y^2 = 36$ com $y \geq 0$, percorrida no sentido negativo (trigonométrico).

6. Calcule o valor do integral de linha
$$\oint_C xy\ dx + (x+y)^2\ dy$$
ao longo da circunferência de equação $x^2+y^2 = 25$, com orientação negativa (trigonométrico).

7. Considere o campo de vectores

$$\overrightarrow{F}(x,y) = -y\,\overrightarrow{e}_1 + x\,\overrightarrow{e}_2$$

e a curva $C = C_1 \cup C_2$ em que C_1 é a porção da circunferência unitária tal que $y \leq 0$ e C_2 é o segmento de recta $[AB]$ com $A(-1,0)$ e $B(1,0)$. Considere as duas curvas com orientação positiva (sentido dos ponteiros do relógio). Determine o trabalho do campo de vectores $\overrightarrow{F}$ ao longo da curva C pelos dois processos seguintes:

(a) cálculo directo do integral de linha;

(b) uso do Teorema de Green.

8. Considere o campo de vectores $\overrightarrow{F}(x,y) = x\,\overrightarrow{e}_1 + x(1-y)\,\overrightarrow{e}_2$ e a curva C parametrizada por

$$\overrightarrow{L}(t) \equiv \begin{cases} t\,\overrightarrow{e}_1 + \sin(t)\,\overrightarrow{e}_2 & \text{se } 0 \leq t < \pi \\ (2\pi - t)\,\overrightarrow{e}_1 & \text{se } \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases}.$$

Determine o trabalho do campo de vectores $\overrightarrow{F}$ ao longo da curva C pelos dois processos seguintes:

(a) cálculo directo do integral de linha;

(b) uso do Teorema de Green.

BOM TRABALHO