Formulário 2 - AMI

- Comprimento L do arco de uma curva regular de equação $y = f(x)$ compreendido entre os pontos de abscisas $x = a$ e $x = b$ é dado por:

$$\boxed{L = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2}\, dx}$$

- Factor integrante para uma equação diferencial de tipo:

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$$

$\boxed{\mu = \mu(x)}$	$\boxed{\mu = \mu(y)}$
Condição: $\dfrac{\dfrac{\partial M}{\partial y} - \dfrac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = P(x)$ só depende de x	Condição: $\dfrac{\dfrac{\partial N}{\partial x} - \dfrac{\partial M}{\partial y}}{M(x,y)} = Q(y)$ só depende de y
Expressão: $\boxed{\mu(x) = e^{\int P(x)dx}}$	Expressão: $\boxed{\mu(y) = e^{\int Q(y)dy}}$

- Dada uma certa função $f(x)$ define-se o **operador transformada de Laplace** L que actua sobre f associando uma função F dada por

$$F(s) = \int_0^\infty f(x)e^{(-sx)}dx = L\{f(x)\}$$

- Se $\boxed{L\{f(x)\} = F(s)}$ então $\boxed{f(x) = L^{-1}\{F(s)\}}$ e L^{-1} é o **operador transformada inversa de Laplace.**

- Tabela de Transformadas de Laplace

$$L\left\{af(x)+bg(x)\right\}=a\ L\left\{f(x)\right\}+b\ L\left\{g(x)\right\}$$

$$L\left\{f'(x)\right\}=sF(s)-f(0)$$

$$L\left\{f''(x)\right\}=s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$$

$$L\left\{1\right\}=\frac{1}{s} \qquad L\left\{x\sin\left(ax\right)\right\}=\frac{2sa}{\left(s^2+a^2\right)^2}$$

$$L\left\{x\right\}=\frac{1}{s^2} \qquad L\left\{x\cos\left(ax\right)\right\}=\frac{1}{s^2+a^2}$$

$$L\left\{x^n\right\}=\frac{n!}{s^{n+1}} \qquad L\left\{e^{-ax}\right\}=\frac{1}{s+a}$$

$$L\left\{\sin\left(ax\right)\right\}=\frac{a}{a^2+s^2} \qquad L\left\{xe^{-ax}\right\}=\frac{1}{\left(s+a\right)^2}$$

$$L\left\{\cos\left(ax\right)\right\}=\frac{s}{a^2+s^2} \qquad L\left\{e^{-ax}\sin\left(bx\right)\right\}=\frac{b}{\left(s+a\right)^2+b^2}$$

$$L\left\{e^{ax}\right\}=\frac{1}{s-a} \qquad L\left\{e^{-ax}\cos\left(bx\right)\right\}=\frac{s+a}{\left(s+a\right)^2+b^2}$$

$$L^{-1}\left\{\frac{A}{s\pm a}\right\}=Ae^{\mp ax}$$

$$L^{-1}\left\{\frac{A}{\left(s\pm a\right)^k}\right\}=\frac{A}{(k-1)!}x^{k-1}e^{\mp ax}$$

$$L^{-1}\left\{\frac{A}{\left(s\pm a\right)\left(s\pm b\right)}\right\}=\frac{A}{b-a}\left(e^{\mp ax}-e^{\mp bx}\right)$$

$$L^{-1}\left\{\frac{As+B}{s^2+as+b}\right\}=$$

$$=e^{-ax/2}\left[A\cos\left(x\sqrt{b-\tfrac{a^2}{4}}\right)+\frac{B-\frac{Aa}{2}}{\sqrt{b-\frac{a^2}{4}}}\sin\left(x\sqrt{b-\tfrac{a^2}{4}}\right)\right]$$