**ISCTE - IUL, Departamento de Métodos Quantitativos**

**CURSO DE ETI/LEI**

# $2^o$ Trabalho de ANÁLISE MATEMÁTICA I

**02 de Dezembro de 2010** **Ano lectivo: 2010/2011**

**Data de entrega: 17 de Dezembro de 2010**

1. Calcule os seguintes integrais definidos

   (a) $\displaystyle\int_0^2 (x+e^x)\,dx$

   (b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2+4x+5}\,dx$

   (c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x+x^3}\,dx$

   (d) $\displaystyle\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\,dx$

   (e) $\displaystyle\int_{3/4}^{4/3} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

   (f) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} x\cos x dx$

2. Calcule as derivadas dos seguintes integrais indefinidos

   (a) $\displaystyle F(x) = \int_1^{x^2} (t+1)\ dt$

   (b) $\displaystyle F(x) = \int_{\cos x}^{\sin x} e^t\ dt$

3. Calcule a área da região do plano real limitada por

   (a) $x+3 \leq y \leq 5-x^2$

(b) $y = x^3 - x, \ y = 0$

4. Estude a convergência dos seguintes integrais impróprios e de limite infinito

   (a) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1-\sin x}}\, dx$

   (b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx$

5. Calcule os comprimentos de linha das seguintes curvas

   (a) $y = \ln x, \ 1 \leq x \leq \sqrt{3}$

   (b) $y = 2\sqrt{x}, \ 0 \leq x \leq 1$

6. Determine a solução (o integral) geral de cada uma das seguintes equações diferenciais ordinárias de primeira ordem

   (a) $\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1+x}{1-y}$

   (b) $\left(1+x^2\right) y' = (1+y)^2$

   (c) $y'x - 2y = x^4 \cos\left(x^2\right)$

   (d) $(\cos x - x\cos y)\dfrac{dy}{dx} = \sin y + y \sin x$

   (e) $(x+1)\dfrac{dy}{dx} - y = 3x^4 + 3x^3$

   (f) $\left(2xy^2 + \dfrac{x}{y^2}\right) dx + 4x^2 y dy = 0$

   (g) $\left(1+x^2\right) dy + \left(xy + x^3 + x\right) dx = 0$

7. Determine os integrais particulares das seguintes equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, face às condições indicadas:

   (a) $\begin{cases} xy' + y - e^x = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} y^3 y' = \left(y^4 + 1\right)\cos x \\ y(0) = 0 \end{cases}$

8. Integre cada uma das seguintes equações diferenciais ordinárias de segunda ordem

   (a) $y'' - 4y' + 4y = 0$

   (b) $y'' - 6y' + 8y = 3$

   (c) $y'' - y' - 2y = 2\sin(2x)$

9. Utilize a **transformada de Laplace** para determinar as soluções das EDO a seguir enunciadas face às condições iniciais dadas:

   (a) $y'' + 3y' + 2y = x$ s.c. $y(0) = y'(0) = 0$

   (b) $y' + y = \sin x$ s.c. $y(0) = 0$